### Klasse 10

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Themen** | **Verbindliche Themen und Inhalte**  | **Inhaltsbezogenen Kompetenzen (Leitidee)** | **Dauer** |
| **Analysis** | **Differenzialrechnung, Extrempunkte, Wendepunkte** | Die Schülerinnen und Schüler  | 18 Wo |
|  | * mittlere Änderungsrate (1)
* Differenzenquotient einer Funktion
* Sekantensteigung
 | * bestimmen die mittlere Änderungsrate und deuten sie im Sachzusammenhang (L2)
 |  |
| * Grenzwerte von Folgen von Funktionswerten reeller Funktionen – Limes (2) und (3)
* lokale Änderungsrate
* Differenzialquotient (4)
* Tangentensteigung
* Schnittwinkel von Graphen
* Stetigkeit, Differenzierbarkeit (Sprünge erklären)
* Ableitung
* Newton-Verfahren
* Ableitungsfunktion (5)
* Ableitungsregeln (Summen-, Faktor- und Potenzregel)
* grafisches Differenzieren (vorwärts und rückwärts)
 | * nutzen Grenzwerte zur Bestimmung von Ableitungen (L1)
* erläutern den Übergang vom Differenzenquotienten zum Differenzialquotienten (L2)
* deuten die lokale Änderungsrate im Sachzusammenhang (L2)
* nutzen die Definition des Differenzialquotienten, um die lokale Änderungsrate numerisch zu bestimmen (L2)
* deuten den Schnittwinkel zwischen den Graphen als Winkel zwischen den Tangenten an die Graphen im Schnittpunkt (L2)
* deuten die Ableitung als lokale Änderungsrate und interpretieren sie in Sachzusammenhängen (L4)
* interpretieren die Ableitungsfunktion im Sachzusammenhang (L4)
* entwickeln Ableitungsgraphen aus dem Funktionsgraphen und umgekehrt (L4)
* berechnen näherungsweise Nullstellen von Funktionen (L1)
 |  |
| * ganzrationale Funktionen (6), (7), (8)
* Wurzelfunktionen, f(x) = 1/x, f(x) = xq mit q ∈ Q
 | * nutzen Funktionen verschiedener Funktionsklassen zur Modellierung, Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge (L4)
* stellen funktionale Zusammenhänge in verschiedener Formen dar und wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen Graph, Tabelle, Term und verbaler Beschreibung (L4)
* bestimmen Funktionen oder Parameter in Funktionstermen aus Bedingungen an die Funktion oder deren Ableitungen (L4)
 |  |
| * Monotonie
* Definitionsbereich
* lokale und globale Extrema (Hochpunkt, Tiefpunkt, Randextrema)
* Links-, Rechtskrümmung
* Wendepunkte als Punkte des Graphen mit lokal extremer Steigung, in dem sich die Krümmungsrichtung des Graphen ändert
* Sattelpunkt
* Notwendige und hinreichende Bedingungen für Extrem- und Wendestellen
 | * bilden Ableitungen der Funktionen der genannten Funktionsklasse (L4)
* nutzen die Ableitungsfunktionen (auch höherer Ordnung) zur Klärung des Monotonieverhaltens und der Bestimmung von charakteristischen Punkten des Graphen einer Funktion (L4)
* deuten die zweite Ableitung als Steigungsfunktion der ersten Ableitung (L4)
* deuten das Vorzeichen der zweiten Ableitung als Indikator für die Krümmungsrichtung des Graphen der Ausgangsfunktion
* lösen Optimierungsprobleme mit Mitteln der Analysis (L4)
 |  |
| **Stochastik** | **Grundbegriffe der Stochastik, bedingte Wahrscheinlichkeit** | **Die Schülerinnen und Schüler**  | **7 Wo** |
|  | * Relative Häufigkeiten
* Zufallsexperiment
* Tabellenkalkulationsprogrammen und deren Funktionen sind zu nutzen
* Ergebnis und Ergebnismenge
* Laplace-Experiment
* Ereignis, Gegenereignis und Ereignismenge (9)
* Vereinigungen und Schnitte von Ereignissen (10)
* Wahrscheinlichkeit
* Rechenregeln für Wahrscheinlichkeiten (Axiome von Kolmogorov)
 | * beschreiben Zufallsexperimente und zugehörige Ereignisse mithilfe der Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung (L5)
* Verwenden den Computer zur Simulation von Zufallsexperimenten (L5)
* nutzen eine präzise mathematische Schreibweise zur Notation von Wahrscheinlichkeiten von Ereignissen und versprachlichen diese (L5)
 |  |
|  | * Baumdiagramm
* Inverses Baumdiagramm
* Vierfeldertafel
* Bedingte Wahrscheinlichkeit (11)
* Stochastische Unabhängigkeit von Ereignissen
 | * modellieren und lösen Problemstellungen im Kontext bedingter Wahrscheinlichkeiten mithilfe von Vierfeldertafeln und Baumdiagrammen (L5)
* untersuchen Ereignisse auf stochastische Unabhängigkeit (L5)
* bearbeiten reale Problemstellungen, indem sie mit diskreten Zufallsgrößen modellieren (L5)
 |  |
| **Geometrie** | **Vektoren im R² und R³, Abstände, Geraden** | **Die Schülerinnen und Schüler**  | **6 Wo** |
|  | * Punkte, Strecken, Polygone, Körper (12)
* Vektoren im zwei- und dreidimensionalen Raum (13)
* Nullvektor Gegenvektor
* Addition von Vektoren
* Multiplikation von Vektoren mit Skalaren
* Vektorgleichungen
* Linearkombination
* lineare Abhängigkeit und Unabhängigkeit (14)
* Länge (Betrag) eines Vektors
* Geradengleichung (Parameter)
* Lagebeziehungen von Geraden zu Geraden
 | * stellen geometrische Objekte im (kartesischen) Koordinatensystem dar (L3)
* reduzieren geometrische Situationen auf aussagekräftige Skizzen (L3)
* beschreiben geometrische Objekte mithilfe von Vektoren (L3)
* interpretieren Vektoren im zwei- und dreidimensionalen Raum als Ortsvektoren oder Verschiebungen (L3)
* rechnen mit n-Tupeln und wenden die Rechengesetze eines Vektorenraumes (L1)
* führen elementare Operationen mit Vektoren aus und interpretieren diese geometrisch (L3)
* stellen Vektoren als Linearkombination anderer Vektoren dar und deuten diese geometrisch (L3)
* untersuchen Vektoren auf lineare Abhängigkeit und deuten diese geometrisch (L3)
* bestimmen Abstände von Objekten im R³ (L2)
* beschreiben Geraden im R³ (L3)
* verstehen die Parametergleichung einer Geraden im R³ als eine Funktion R🡪 R³ (R² 🡪 R³) und modellieren so Bewegungen im Raum (L4)
* untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und bestimmen die zugehörige Schnittmenge (L3)
* interpretieren das Lösen linearer Gleichungssysteme als Schnittproblem (L3)
 |  |

### Klasse 11

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Themen** | **Verbindliche Themen und Inhalte** | **Inhaltsbezogenen Kompetenzen (Leitidee)** | **Dauer** |
| **Analysis** | **Integralrechnung** | **Die Schülerinnen und Schüler**  | **10 Wo** |
|  | * Rechteckmethode, Approximation von Flächeninhalten (17)
* Integralfunktion (Integrand, Integralwert) (18) (19)
* Stammfunktion
* Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung
* bestimmtes Integral
* Integrationsregeln: Additivität, Linearität,
 | * deuten das bestimmte Integral in Sachzusammenhängen, zum Beispiel als aus der Änderungsrate rekonstruierter Bestand (L4)
* begründen den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung inhaltlich als Beziehung zwischen Ableitung- und Integralbegriff (L4)
* deuten die Schreibweise des bestimmten Integrals als Grenzwert einer Folge verfeinerter Messergebnisse (L2)
* bestimmen den Inhalt von Flächen, die durch Funktionsgraphen begrenz werden, und deuten diese Flächeninhalte im Sachzusammenhang (L2)
* berechnen bestimmte Integrale mittels Stammfunktion und Näherungsverfahren (L4)
 |  |
| **Geometrie** | **Skalarprodukt, Ebenen, Lagebeziehungen** | **Die Schülerinnen und Schüler**  | **9 Wo** |
|  | * Ebenengleichung in Parameterform (20)
* Normalen- und Koordinatenform
* Skalarprodukt (21)
* Maß des Winkels zwischen Vektoren, zwischen Geraden, zwischen Geraden und Ebenen sowie zwischen Ebenen
* Vektorprodukt
 | * beschreiben Geraden und Ebenen im R³ (L3)
* verstehen die Parametergleichung einer Geraden (Ebene) im R³ als eine Funktion R🡪 R³ (R² 🡪 R³) und modellieren so Bewegungen im Raum (L4)
* untersuchen die Lagebeziehungen von Geraden und Ebenen und bestimmen die zugehörige Schnittmenge (L3)
* interpretieren das Lösen linearer Gleichungssysteme als Schnittproblem (L3)
* bestimmen Winkel, Flächen- und Rauminhalten von Objekten im R³ (L2)
* nutzen das Skalarprodukt zur Längenbestimmung projizierter Vektoren und zur Winkelbestimmung (L2)
* nutzen die Rechengesetze für Skalarprodukt und Vektorprodukt zum Berechnen und Umformen von Termen sowie zum Lösen von Vektorengleichungen (L1)
* deuten das Skalarprodukt und das Vektorprodukt geometrisch (L3)
* beschreiben Ebenen im R³ (L3)
* verstehen die Parametergleichung einer Geraden (Ebene) im R³ als eine Funktion R🡪 R³ (R² 🡪 R³) und modellieren so Bewegungen im Raum (L4)
 |  |
| **Analysis** | **e-Funktion, Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung an ausgewählten Funktionsklassen** | **Die Schülerinnen und Schüler**  | **6 Wo** |
|  | * Verknüpfungen
* Verkettungen
* Produktregel
* Exponentialfunktionen
* e-Funktion (22)
* Sinusfunktion
* Kosinusfunktion
* Verschiebung in x- bzw. y-Richtung
* Streckung in x- bzw. y-Richtung
* Spiegelung an der x- bzw. y-Achse

(auf alle Funktionsgruppen) | * nutzen Funktionen verschiedener Funktionsklassen zur Modellierung, Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge (L4)
* stellen funktionale Zusammenhänge auf und in verschiedener Formen dar und wechseln situationsgerecht (L4)
* bilden Ableitungen der Funktionen der genannten Funktionsklasse (L4)
* charakterisieren die e-Funktion als eine Funktion, die sich selbst als Ableitung hat. (L4)
* nutzen die Ableitungsfunktionen (auch höherer Ordnung) zur Klärung des Monotonieverhaltens und der Bestimmung von charakteristischen Punkten des Graphen einer Funktion (L4)
* beschreiben die Veränderung des Graphen von f beim Übergang von f(x) zu f(x)+c, c∙f(x), f(x+c), f(c∙x) (L4)
* bestimmen Funktionen oder Parameter in Funktionstermen aus Bedingungen an die Funktion oder deren Ableitungen (L4)
 |  |
| **Stochastik** | **Zufallsgröße ( Erwartungswert, Streuungsmaße)** | **Die Schülerinnen und Schüler**  | **10 Wo** |
|  | * Zufallsgröße als Abbildung von der Ergebnismenge in die reellen Zahlen (23)
* Berechnung von Wahrscheinlichkeiten der Form P(X=k) und

P(k1 ≤ X ≤ k2) (24)* Median (Zentralwert)
* arithmetischer Mittelwert (25)
* Spannweite
* Wahrscheinlichkeitsverteilung
* Häufigkeitsverteilung
* Histogramm
* Mittelwert
* Erwartungswert
* Varianz und Standardabweichung als Streuungsmaße (26)
 | * nutzen Zufallsgrößen zur Modellierung von realen Situationen (L5)
* interpretieren Kenngrößen von Zufallsgrößen in Bezug auf die vorliegende Situation (L5)
* werten Daten aus, indem sie geeignete Lage- und Streumaße auswählen und anwenden (L2)
* deuten den Median und den arithmetischen Mittelwert als mögliche Ergebnisse von Messprozessen zur Bewertung von Daten (L2)
* entwickeln Terme zur Beschreibung der Streuung (L2)
* deuten den Term der Varianz als ein mögliches Ergebnis eines Messprozesses zur Erfassung der Streuung der Daten (L2)
* berechnen und deuten den Erwartungswert und Standardabweichung diskreter Zufallsgrößen (L2)
* nutzen Zufallsgrößen und deren Verteilung zur Modellierung von realen Situationen (L5)
 |  |

### Klasse 12

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Themen** | **Inhalte** | **Inhaltsbezogenen Kompetenzen (Leitidee)** | **Dauer** |
| **Analysis** | **Funktionenscharen, Vertiefung der Differenzial- und Integralrechnung an ausgewählten Funktionsklassen** | **Die Schülerinnen und Schüler**  | **6 Wo** |
|  | * Funktionsscharen
 | * nutzen Funktionen verschiedener Funktionsklassen zur Modellierung, Beschreibung und Untersuchung quantifizierbarer Zusammenhänge (L4)
* stellen funktionale Zusammenhänge auf und wechseln situationsgerecht zwischen den Darstellungsformen (L4)
* bestimmen Funktionen/Parameter aus Bedingungen (L4)
 |  |
| * Ortskurven von charakteristischen Punkten
 | * nutzen die Ableitungsfunktionen (auch höherer Ordnung) zur Klärung der Bestimmung von charakteristischen Punkten des Graphen einer Funktion (L4)
 |
| **Geometrie** | **Kreis, Vertiefung der analytischen Geometrie** |  |  |
|  | * Kreisgleichung (29)
 |  |  |
| **Stochastik** | **Binomialverteilung, Hypergeometrische Verteilung** |  | **6 Wo** |
|  | * Urnenmodell: Ziehen mit und ohne Zurücklegen
* Bernoulli-Experiment
* Bernoulli-Kette
* Binomialverteilungen mit Erwartungswert und Standardabweichung (30)
* Hypergeometrische Verteilung
 | * interpretieren Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Prognose von zu erwartenden Häufigkeitsverteilungen (L5)
* deuten Zufallsgrößen und Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Funktionen und nutzen diese zur Beschreibung stochastischer Situationen (L4)
* bearbeiten reale Problemstellungen, indem sie mit diskreten Zufallsgrößen modellieren (L5)
 |  |

# Anmerkungen und Hinweise

### Klasse 10

1. Zum Aufbau einer Grundvorstellung sollten Zeichnungen herangezogen werden
2. Es reicht die intuitive Erfassung des Grenzwertbegriffes. Die Schreibweise „lim“ kann auch ohne formale Definition verwendet werden.
3. Es sollten links-, rechts- und beidseitige Grenzwertprozesse betrachtet werden.)
4. Der Übergang vom Differenzen- zum Differenzialquotienten sollte durch Grenzwertprozesse intuitiv erfasst und mit dem DGS veranschaulicht werden.
5. Es genügt ein intuitives Verständnis der Stetigkeit und Differenzierbarkeit.
6. Die Unterscheidung der Begriffe Stelle, Funktionswert und Punkt ist deutlich herauszuarbeiten.
7. Um die funktionale ‚Abhängigkeit zu betonen, ist die in der Sekundarstufe I eingeführte Schreibweise „f(x) = .. „ beizubehalten.
8. Wertetabellen können schnell mit entsprechenden Funktionen des Taschenrechners erstellt werden.
9. Ereignisse sollen als Teilmengen der Ergebnismenge eingeführt werden.
10. Der Vereinigungsmenge von Ereignissen (Oder-Ereignisse) oder der Schnittmenge von Ereignissen (Und-Ereignis) kommt eine besondere Bedeutung zu.
11. Ziel soll das sichere Modellieren mit den genannten Darstellungen sein, nicht unbedingt die Formel von Bayes. Auf eine präzise Notation und Versprachlichung der bedingten Wahrscheinlichkeit ist zu achten.
12. Das räumliche Vorstellungsvermögen soll auch durch Modelle und den Einsatz von dynamischen Geometrieprogrammen gefestigt werden.
13. Durch die Interpretation von Vektoren als Verschiebungen kann auf ihre Definition als Äquivalenzklasse (Pfeilklasse) verzichtet werden.
14. Anhand von ausgewählten Beispielen sollen die Eigenschaften geometrischen Objekte mithilfe algebraischer Methoden analysiert und beschrieben werden.

### Klasse 11

1. Es genügt, Rechteckstreifen zur Approximation zu betrachten.
2. Zur Bestimmung der Werte bestimmter Integrale sollen auch digitale Werkzeuge eingesetzt werden.
3. Es sollen auch Sachprobleme betrachtet werden, bei denen ein negativer Intergralwert im Sachzusammenhang eine Bedeutung hat.
4. Auch im Computer-Algebra-Systemen werden Parameterformen von Geraden und Ebenen als Funktionen aufgefasst.
5. Bereits vor Einführung des Skalarproduktes sollen Beträge von Vektoren mit dem Satz des Pythagoras bestimmt werden.
6. Motivation für die Einführung der Eulerschen Zahl e kann die Suche nach Funktionen sein, die sich selbst als Ableitung haben.
7. 11Es soll mit einfachen Zufallsgrößen begonnen werden, die nicht binomial oder hypergeometrisch verteilt sind.
8. 12 Es muss erkannt werden, dass X=k eine Teilmenge der Ergebnismenge ist.
9. Mittelwert und Streuung sollten auch an von Schülerinnen und Schüler durchgeführten Zufallsexperimenten ermittelt werden.
10. Es genügt, einfache Verteilungen zu betrachten, bei denen die Zufallsgröße nur wenige verschiedene Werte annehmen kann, um den Grundgedanken des Erwartungswertes und des Streumaßes herausarbeiten.
11. Ausgehend vom Mittelwert einer Häufigkeitsverteilung kann die allgemeine Berechnung des Erwartungswertes motiviert werden.
12. Zur Berechnung von Erwartungswert und Varianz von Zufallsgrößen mit vielen Werten bietet sich der Einsatz einer Tabellenkalkulation an.

### Klasse 12

1. Die Kugelgleichung soll lediglich als ein weiteres Beispiel einer algebraischen Darstellung einer speziellen Punktmenge eingeführt werden.
2. Zur Bestimmung von (auch kumulierten) Wahrscheinlichkeiten soll der Taschenrechner genutzt werden. Auf die Nutzung von Tabellen soll so weit wie möglich verzichtet werden.